Exercice N°1

Soit u ; n∈ℕ définie par $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = 2 - \dfrac{3}{2+u_n} \end{cases}$; n∈ℕ

1) a/ Calculer u_1 *et* u_2

b/La suite u est elle arithmétique ou géométrique ?

c/Montrez que pour tout n∈ ℕ on a: $0 \leq u_n < 1$

d/Etudier la monotonie de la suite u

e/En déduire que u est convergente.

2) On pose : $v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 1}$; ∀ n∈ ℕ

a/Montrezque v est géométrique dont on détermine la raison et le premier terme.

b/Exprimer v_n puis u_n en fonction de n. Calculer $\lim\limits_{n \to \infty} u_n$

3) a/Montrer que $|U_{n+1} - 1| \leq \frac{1}{2}|U_n - 1|$ pour tout n ∈ ℕ

b/En déduire que $|U_n - 1| \leq (\frac{1}{2})^n$ pour tout n ∈ ℕ

c/Retrouver alors $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$

Exercice N°2

Un sac contient huit jetons indiscernables au toucher dont trois sont rouges numérotés -1 , -1 , 1 et cinq noirs numérotés – 2 , -2 , -1 ,1 , 1

On tire simultanément et hasard deux jetons du sac

1/ Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

A « avoir deux jetons de même couleur »

B « avoir deux jetons portant le même numéros »

C « avoir deux jetons portant des numéros négatifs.

D « avoir deux jetons de même couleur et portent des numéros négatifs »

E « avoir exactement un rouge et exactement un numéroté 1 »

2/ On tire au hasard, successivement et avec remise 3 jetons de l'urne.

Calculer la probabilité de chacune des évènements suivants :

K « Tirer trois jetons portant le même numéro »

F « Tirer exactement un jeton numéroté 1 »

G « Tirer trois jetons portant des chiffres deux à deux distincts »

H« Obtenir un jeton portant un numéro négative pour la premier fois au deuxième tirage »

Exercice N°3

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ les points A(2,2,0) ; B(0,2,2) et C(1,0,1) .

1. a) Vérifier que les points A, B et C ne sont pas alignés.

   b) Montrer qu'une équation cartésienne du plan P passant par A, B et C est : x + z -2 = 0

2. Soit Q le plan dont une équation cartésienne est : Q : x + 2y + z -1 = 0 .

   a) Montrer que les plan P et Q sont sécants.

   b) Déterminer une représentation paramétrique de la droite D intersection de P et Q .

3. Soit la droite : $\Delta : \begin{cases} x = 1+\alpha \\ y = 2-5\alpha \\ z = -1+2\alpha \end{cases} \quad \alpha \in \Re.$

   a) Etudier la position relative de D et Δ?

   b) Etudier la position relative de Δ et Q?

   c) Donner une équation cartésienne du plan R passant par A et perpendiculaire à Δ

4 . Soit m un réel et P_m l'ensemble des points M(x,y,z) tel que : (m +1)x +2my +(m + 1)z -m -2 = 0.

   a) Pour quelles valeurs de m $A \in P_m$

   b) Montrer que pour tout réel m , la droite $D \subset P_m$